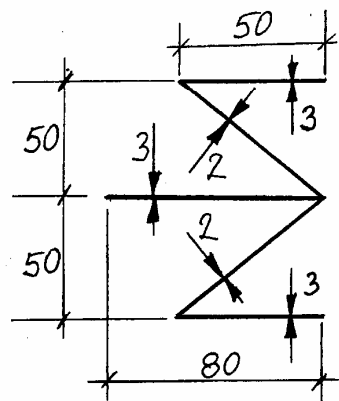
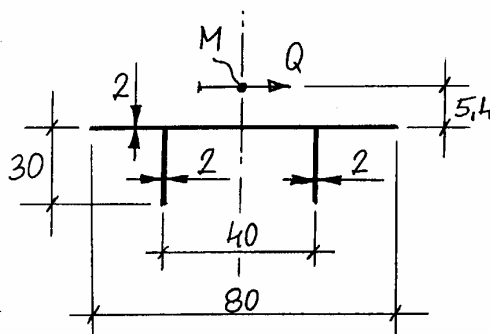


1. Feladat (25 pont):

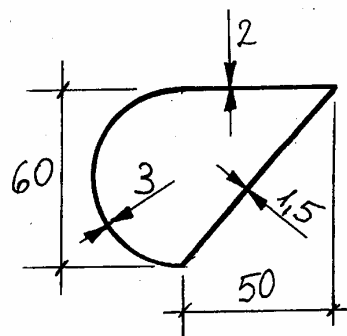
- a) Határozza meg a vázolt szelvény M nyírási középpontjának helyét!

**2. Feladat (25 pont):** A vázolt szimmetrikus, nyitott vékonyfalú keresztmetszetet az M nyírási középpontján átmenő Q erő terheli.

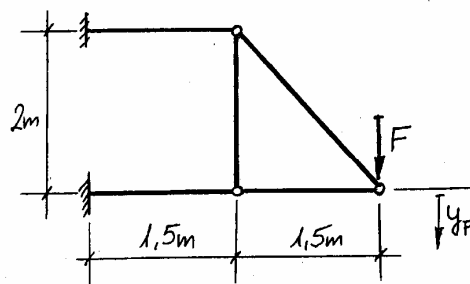
- a) Határozza meg a keresztmetszetben a
- τ
- feszültség eloszlását!

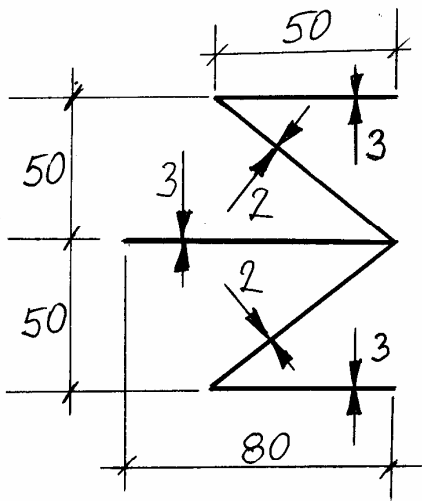
Adatok: $Q = 10 \text{ kN}$; $G = 80 \text{ GPa}$ **3. Feladat (25 pont):** A vázolt zárt, vékonyfalú keresztmetszetből készült ℓ hosszúságú rudat szabadon csavarjuk az M_{cs} csavarónyomatékkal.

- a) Határozza meg a legnagyobb nyírófeszültség értékét és helyét (τ_{max} , helye)!
- b) Határozza meg a rúd két végének relatív elcsavarodási szögét (φ)!

Adatok: $M_{cs} = 5 \text{ kNm}$; $E = 200 \text{ GPa}$; $\nu = 0,25$; $\ell = 3 \text{ m}$ **4. Feladat (25 pont):** A vázolt tartó hajlító gerendáinak IE hajlító merevsége és a rácsrudak AE merevsége állandó, az F koncentrált erő terheli.

- a) Határozza meg az F erő támadáspontjának függőleges irányú elmozdulását (
- y_F
-)!

Adatok: $IE = \text{const.} = 60 \cdot 10^3 \text{ Nm}^2$; $AE = \text{const.} = 300 \cdot 10^3 \text{ N}$; $F = 1,5 \text{ kN}$



$$M = ?$$

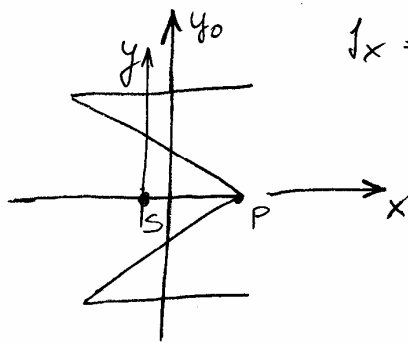
$$A = (50 \cdot 3 + 50 \cdot \sqrt{2} \cdot 2) \cdot 2 + 80 \cdot 3 = 822,843 \text{ mm}^2$$

$$x_s = \frac{80 \cdot 3 \cdot (-15)}{822,843} = -4,375 \text{ mm}$$

$$\eta_M = 0.$$

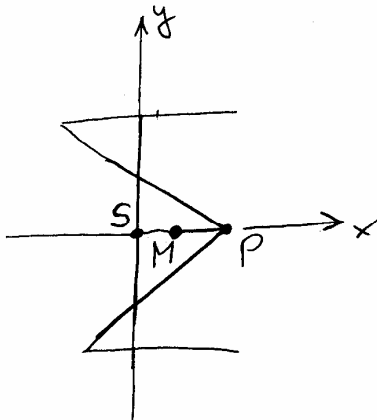
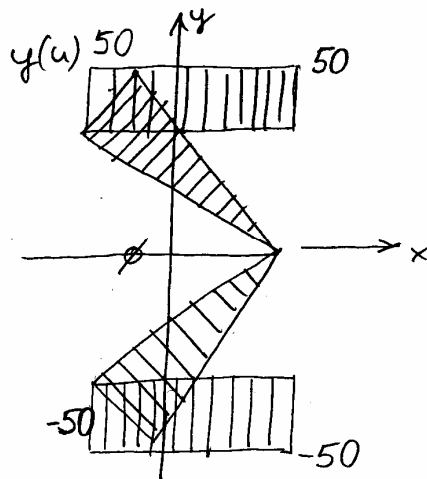
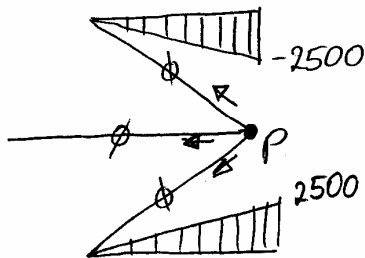
$$I_M = \frac{1}{12} \int \omega_p(u) \cdot y(u) \cdot v(u) \, du$$

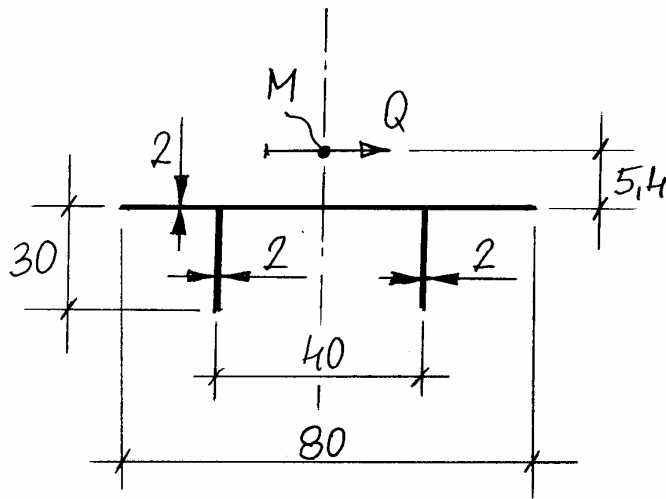
$$I_x = \left[50 \cdot 3 \left(50^2 + \frac{0^2}{12} \right) + 50 \sqrt{2} \cdot 2 \left(25^2 + \frac{50^2}{12} \right) \right] \cdot 2 + 80 \cdot 3 \cdot \left(0^2 + \frac{0^2}{12} \right) = 985702,3 \text{ mm}^4$$



$$e_M = \frac{1}{985702,3} \left[3 \cdot 50 \cdot \frac{-2500 \cdot 50}{2} \right] \cdot 2 = -19,02 \text{ mm}$$

$$\omega_p(u)$$





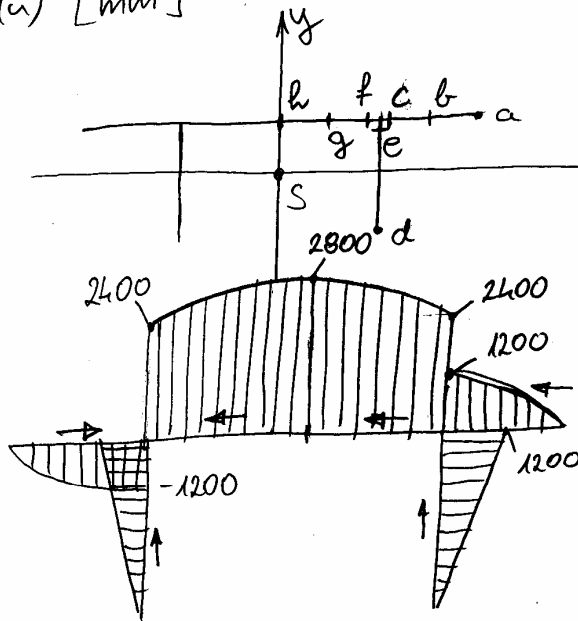
$$Q = 10 \text{ kN}$$

$$\tau = ?$$

$$\tau_x = \frac{-Q_x \cdot S_{xy}(u)}{I_y \cdot r(u)}$$

$$I_y = 80 \cdot 2 \left(0^2 + \frac{80^2}{12} \right) + 30 \cdot 2 \left(20^2 + \frac{40^2}{12} \right) = 133\,333,33 \text{ mm}^4$$

$$S_{xy}(u) [\text{mm}^3]$$



$$S_{xy}(a) = 0$$

$$S_{xy}(b) = 10 \cdot 2 \cdot 35 = 700$$

$$S_{xy}(c) = 20 \cdot 2 \cdot 30 = 1200$$

$$S_{xy}(d) = 0$$

$$S_{xy}(e) = 30 \cdot 2 \cdot 20 = 1200$$

$$S_{xy}(f) = S_{xy}(c) + S_{xy}(e) = 2400$$

$$S_{xy}(g) = S_{xy}(f) + 10 \cdot 2 \cdot 15 = 2700$$

$$S_{xy}(h) = S_{xy}(g) + 10 \cdot 2 \cdot 5 = 2800$$

$$\frac{-Q_x}{I_y \cdot r} = \frac{-10\,000}{133\,333,33 \cdot 2} = -0,0375$$

$$\tau = \tau_x [\text{MPa}]$$

$$\tau(a) = 0$$

$$\tau(b) = -26,25 \text{ MPa}$$

$$\tau(c) = -45 \text{ MPa}$$

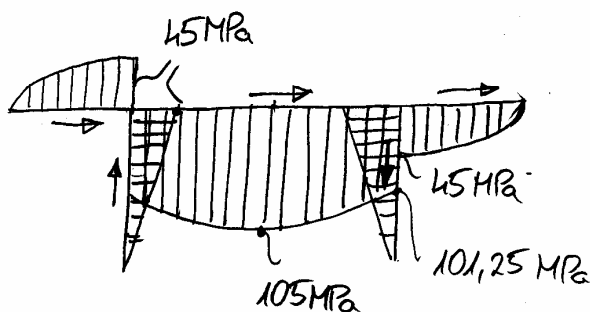
$$\tau(d) = 0$$

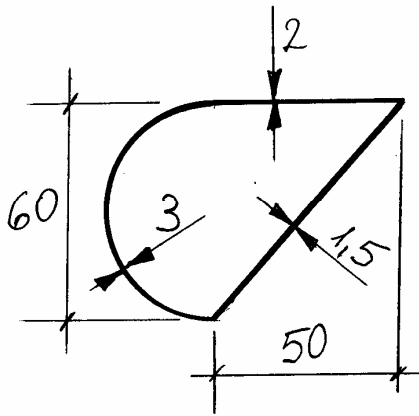
$$\tau(e) = -45 \text{ MPa}$$

$$\tau(f) = -90 \text{ MPa}$$

$$\tau(g) = -101,25 \text{ MPa}$$

$$\tau(h) = -105 \text{ MPa}$$





$$M_{cs} = 5 \text{ kNm}$$

$$G = 80 \text{ GPa}$$

$$l = 3 \text{ m}$$

$$\gamma_{\max} = ?$$

$$\varphi = ?$$

$$\omega_f = 2 \cdot A_k = 2 \left[\frac{60^2 \pi}{8} + \frac{60 \cdot 50}{2} \right] = 5827,43 \text{ mm}^2$$

$$r_{\min} = 1,5 \text{ mm}$$

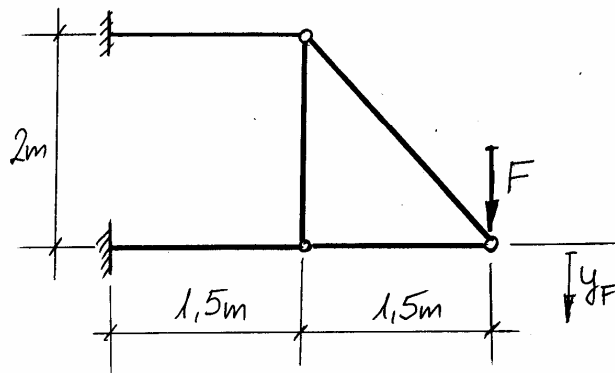
$$\gamma_{\max} = \frac{M_{cs}}{\omega_f \cdot r_{\min}} = \frac{5000}{5827,43 \cdot 1,5 \cdot 10^{-3}} = 572 \text{ MPa}$$

$$\eta = \frac{M_{cs}}{I_t \cdot G} = \frac{5000}{313031,04 \cdot 10^{-12} \cdot 80 \cdot 10^9} = 0,2 \frac{\text{rad}}{\text{m}} = 11,44 \frac{^\circ}{\text{m}}$$

$$I_t = \frac{\omega_f^2}{\oint \frac{ds}{r}} = \frac{5827,43^2}{108,484} = 313031,04 \text{ mm}^4$$

$$\oint \frac{ds}{r} = \frac{1}{1,5} \cdot (\sqrt{50^2 + 60^2}) + \frac{1}{2} \cdot (50) + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{60}{2} \cdot \pi \right) = 108,484$$

$$\varphi = \eta \cdot l = 0,2 \cdot 3 = 0,6 \text{ rad} = 34,32^\circ$$

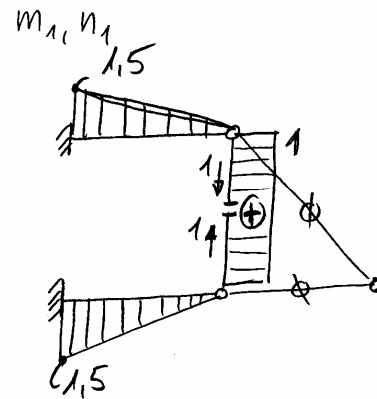
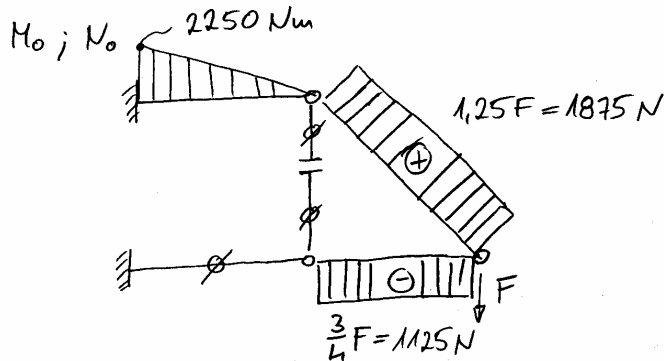


$$IE = \alpha I L = 60 \cdot 10^3 \text{ Nm}^2$$

$$AE = \alpha A L = 300 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F = 1,5 \text{ kN}$$

1-mereven határozatlan!



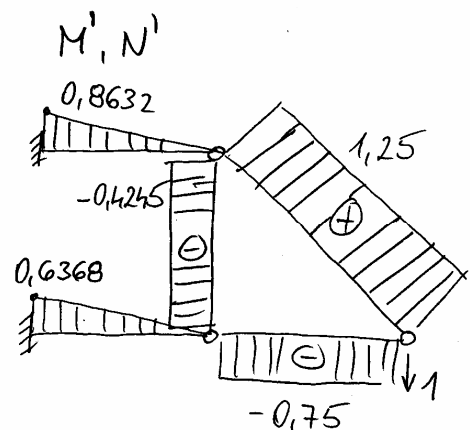
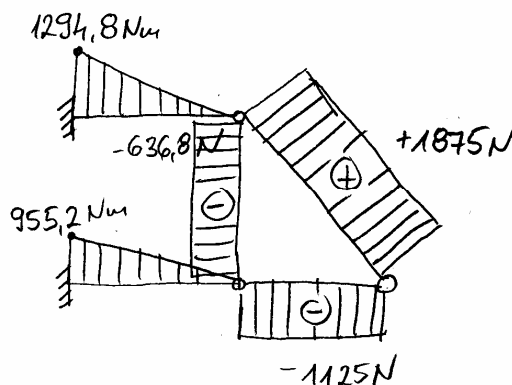
$$\delta_{10} = \int \frac{M_0 \cdot m_1}{IE} ds + \int \frac{N_0 \cdot n_1}{AE} ds = \frac{1}{IE} \left[\frac{2250 \cdot 1,5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,5 \right] + \frac{1}{AE} [0] = 0,028125 \text{ m}$$

$$\delta_{11} = \int \frac{m_1 \cdot m_1}{IE} ds + \int \frac{n_1 \cdot n_1}{AE} ds = \frac{1}{IE} \left[\frac{1,5 \cdot 1,5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,5 \right] \cdot 2 + \frac{1}{AE} [2 \cdot 1 \cdot 1] =$$

$$= 3,75 \cdot 10^{-5} + 6,67 \cdot 10^{-6} = 4,4166 \cdot 10^{-5}$$

$$X_1 = - \frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = \frac{-0,028125}{4,4166 \cdot 10^{-5}} = -636,8 \text{ N}$$

$$M = M_0 + X_1 \cdot m_1 \quad N = N_0 + X_1 \cdot n_1$$



$$y_F = \int \frac{M \cdot M'}{IE} ds + \int \frac{N \cdot N'}{AE} ds = \frac{1}{IE} \left[\frac{1294,8 \cdot 1,5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,8632 + \right.$$

$$+ \frac{955,2 \cdot 1,5}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,6368 \left. \right] + \frac{1}{AE} [636,8 \cdot 2 \cdot 0,4245 + 1875 \cdot 2,5 \cdot 1,25 +$$

$$+ 1125 \cdot 1,5 \cdot 0,75] = \frac{862,97}{IE} + \frac{7665,64}{AE} = 0,04 \text{ m} = 40 \text{ mm} \downarrow$$